

3. ПАРЫ И ТРОЙКИ

1° Город разбит сеткой горизонтальных и вертикальных улиц на квадратные кварталы, см. рис. справа.

Мы хотим пройти из точки А в точку В одним из кратчайших путей. Сколько таких путей существует?

2° Сколько существует двоичных слов длины 5 с двумя единицами и тремя нулями?

3° В классе учится 20 школьников.

а) На каникулах каждый отправил каждому по письму. Сколько писем было написано?

б) Когда они встретились, все пожали друг другу руки. Сколько было рукопожатий?

4° Сколько существует двоичных слов длины n , в которых ровно 2 единицы?

5° Сколько диагоналей в выпуклом n -угольнике?

6° Тридцати школьникам предложены задачи на выбор. Каждый школьник выбрал по 2 задачи, а каждая задача была выбрана ровно тремя школьниками. Сколько задач предложено?

7 а)° Сколькими способами из вашего класса можно выбрать трёх ответственных за поездку в Тверь: одного человека, который выясняет, кто 1–3 ноября поедет в Тверь, второго человека, который ищет музеи в Твери, и третьего человека, который отвечает за настольные игры?

б) А человека, который опрашивает про поездку и двух людей, которые отвечают за культурную программу?

в) А просто троих людей, которые вместе занимаются поездкой?

8° Давайте на время решения этой задачи договоримся, что из вашего класса в Тверь поедут ровно 24 человека. Сколько тогда вариантов, кто именно из вашего класса поедет в Тверь?

9° Кодовый замок имеет девять кнопок. Известно, что для открытия двери нужно набрать код из трёх различных кнопок в определённом порядке.

а) Сколько разных вариантов такого кода может быть?

б) Тот же вопрос, если для открытия замка нужно нажать на три кодовые кнопки одновременно.

10 Сколько различных буквенных сочетаний можно составить, переставляя буквы слова:

а)° кот;

б)° парк;

в)° папка;

г)° ооолоолоолоооо;

д)° математика?

е)° Сколько есть способов переставить буквы в слове «математика» так, чтобы на месте гласных были гласные, а на месте согласных — согласные?

ж) Сколько есть способов переставить буквы в слове «ооолоолоолоолоооо» так, чтобы буквы «л» не стояли рядом?

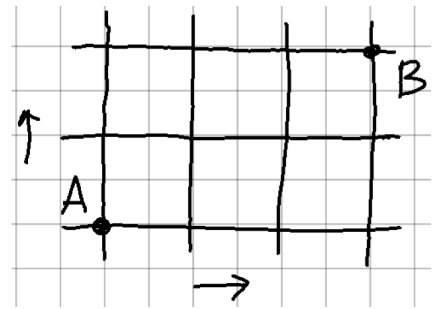
11 Сколько существует:

а) любых; б) тупоугольных; в) равнобедренных;

г) остроугольных треугольников с вершинами в вершинах правильного десятиугольника?

12 Сколько есть трёхзначных чисел, у которых все цифры нечётные, разные и идут в убывающем порядке?

13° Раскройте и приведите подобные в выражении $(1 + x^5 + x^7)^{20}$. Чему равен коэффициент при а) x^{13} ; б) x^{17} ; в) x^{26} ; г) x^{29} .



14 Полина подарила Насте прямоугольник $p \times n$, в котором все клеточки раскрашены в разные цвета, а Настя собирается вырезать из него прямоугольник. Сколькими способами Настя может это сделать?

15 На карточке для игры «Сет» имеется от одной до трёх одинаковых фигур — ромбов, эллипсов или «волн» красного, зелёного или синего цвета со сплошной заливкой, со штриховкой или без заливки. Сколько всего таких карточек? Сетом называется тройка карточек такая, что по каждому из трёх параметров — количеству, цвету, форме и заполнению — либо все три карточки одинаковые, либо разные (но может быть, что по одному параметру карточки одинаковые, а по другому — разные). Сколько всего сетов?

16* **а)** Сколькими способами n людей могут встать в хороводы (один или несколько; хороводы из одного человека бывают).

б) К Ивану на день рождения пришли $3n$ гостей. У Ивана есть $3n$ цилиндров с написанными сверху буквами А, Б и В, по n штук каждого типа. Иван хочет устроить бал: надеть на гостей цилиндры и выстроить их в хороводы (один или больше) так, чтобы длина каждого хоровода делилась на 3, а при взгляде на любой хоровод сверху читалось бы по часовой стрелке АБВАБВ...АБВ. Докажите, что Иван может устроить бал ровно $(3n)!$ различными способами. (Цилиндры с одинаковыми буквами неразличимы; все гости различны.)